

## 1. Информация и её кодирование (1 балл)

### Задача 1 Ответ: 5

Посчитайте количество натуральных чисел, не превосходящих 70, которые содержат одинаковое количество единиц при их записи в двоичной и восьмеричной системах счисления? В ответе укажите целое число.

#### Решение

Переведа число  $70_{10}$  в восьмеричную систему счисления, мы получим  $106_8$ . Таким образом, можно сделать вывод, что все допустимые в данной задаче числа, записанные в восьмеричной системе, могут содержать ноль, одну или две единицы. Числа, содержащие 0 единиц, нас не интересуют, так как любое натуральное число, записанное в двоичной системе, содержит хотя бы одну единицу. Числа, содержащие в восьмеричной записи цифры, отличные от нуля или единицы также не могут войти в подсчитываемое количество. Так как каждой цифре в восьмеричной записи числа соответствует триада в двоичной записи этого числа, являющаяся результатом перевода этой цифры в двоичную запись, а любое число большее единицы, очевидно, будет содержать как минимум одну единицу в двоичной записи, все числа, содержащие в восьмеричной записи цифры, отличные от нуля и единицы, не могут иметь равное количество единиц с их двоичной записью. Остается рассмотреть числа, восьмеричная запись которых содержит только единицы и нули. В рассматриваемом диапазоне таких чисел – пять:  $1_8$ ,  $10_8$ ,  $11_8$ ,  $100_8$ ,  $101_8$ . Переведа эти числа в двоичную систему счисления убедимся, что все они имеют равное количество единиц в двоичной и восьмеричной записи и запишем ответ.

## 2. Основы логики (2 балл)

### Задача 1 Ответ: A

Упростите логическое выражение или укажите его результат (при его однозначности). Результат упрощения может содержать только операции инверсии, конъюнкции и дизъюнкции.

$$(A \text{ or } A \text{ and not } B) \leftrightarrow ((A \text{ and } B) \rightarrow (A \text{ or not } B))$$

*Комментарий по вводу ответа: операнды вводятся большими латинскими буквами; логические операции обозначаются, соответственно как **not**, **and** и **or**. Между названием логической операции и операндом ставится пробел; между открывающей скобкой и операндом или логической операцией пробел не ставится; между операндом или логической операцией и закрывающей скобкой пробел не ставится; между скобками пробел не ставится; перед открывающей скобкой и после закрывающей скобки ставится пробел.*

*Скобки используются только для изменения порядка выполнения операций. Если порядок выполнения операций очевиден из их приоритетов – дополнительное использование скобок считается ошибкой.*

*При однозначном ответе – истинный ответ обозначается как 1, а ложный как 0.*

*Пример записи ответа: (A or not B) and C*

#### Решение

Рассмотрим левую, относительно операции эквиваленции, скобку. В ней содержится дизъюнкция операнда A и его конъюнкции с инверсией операнда B. Согласно закону поглощения, эта конструкция эквивалентна самому операнду A.

Раскроем импликацию в правой относительно эквиваленции скобке.  $(A \text{ and } B) \rightarrow (A \text{ or not } B) = \text{not } (A \text{ and } B) \text{ or } (A \text{ or not } B)$ . Раскроем левую скобку согласно закону Де Моргана и уберем скобки, используя сочетательный закон.  $\text{not } (A \text{ and } B) \text{ or } (A \text{ or not } B) = \text{not } A \text{ or not } B \text{ or } A \text{ or not } B$ . Заметим, что получившаяся запись содержит  $\text{not } A \text{ or } A$ , что эквивалентно тождественной истине. Таким образом, вся правая относительно операции эквиваленции, скобка являет собой тождественную истину. В результате исходное выражение эквивалентно выражению  $A \leftrightarrow 1$ . Раскрыв эквиваленцию получим, что исходное выражение тождественно равно операнду A.

## 3. Алгоритмизация и программирование (1 балл)

### Задача 1 Ответ: DBAC

Для кодирования натуральных чисел с помощью буквенных последовательностей был предложен следующий принцип шифрования:

Числам 1, 2, 3 и 4 ставятся в соответствие буквы А, В, С и D. Последующим 16 числам ставятся в соответствие двухбуквенные коды в следующем порядке: 5=AA, 6=AB, 7=AC, 8=AD, 9=BA, 10=BB, ..., 18=DB, 19=DC, 20=DD. Аналогично для последующих чисел используются трехбуквенные коды (от 21=AAA до 84=DDD), четырехбуквенные и т.д. Укажите буквенный код числа 295?

### Решение

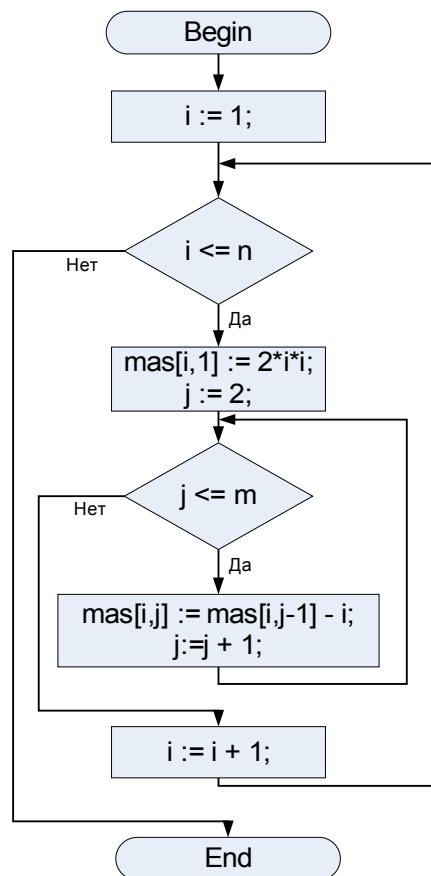
Обратим внимание, что четырехбуквенные коды будут использоваться для кодирования чисел, начиная с числа 85 и заканчивая числом 340. Таким образом, указанное в задании число будет иметь четырехбуквенный код. Легко заметить, что кодирование 256 чисел (с 85 по 340) по предложенному алгоритму эквивалентно их переводу в четверичную систему счисления с заменой цифр (0, 1, 2, 3) на цифры (A, B, C, D). Вычтем из числа 295 число 85. Сделаем вывод, что число 295 – это 210-е число в ряду чисел, кодируемых с помощью четырехбуквенных кодов. Переведем число 210 в четверичную систему счисления и получим запись  $3102_8$ . Заменяем цифры в этой записи на буквенные коды и получим код DBAC.

Примечание: задачу можно решать не только аналитически, но и составив программу, осуществляющую кодирование, согласно приведенному алгоритму.

## 4. Алгоритмизация и программирование (1 балл)

### Задача 1 Ответ: 81

Прямоугольную матрицу размером  $n$  на  $m$  заполнили целыми числами по алгоритму, представленному на блок-схеме. Какое количество отрицательных чисел получилось в матрице, если  $n=12$ , а  $m=20$ ? В ответе укажите число.



### Решение

Согласно представленной блок-схеме алгоритма, первый элемент каждой строки заполняемой матрицы будет равен удвоенному квадрату номера строки (заметим, что нумерация начинается с единицы).

Каждый последующий элемент строки получается вычитанием из предыдущего числа, равного номеру

этой строки. В заполняемой матрице будет 12 строк и 20 столбцов. Рассмотрим первую строку. Ее первый элемент будет равен 2. Соответственно строка будет содержать 3 неотрицательных элемента (2, 1, 0) и 17 отрицательных элементов (-1, -2, ..., -17). Рассуждая аналогично, можно сделать вывод, что вторая строка будет содержать пять неотрицательных (8, 6, 4, 2, 0) и 15 отрицательных элементов, а третья строка – 7 неотрицательных (18, 15, 12, 9, 6, 3, 0) и 13 отрицательных элементов. Заметим, что количество отрицательных элементов убывает в зависимости от возрастания номера строки в порядке арифметической прогрессии с первым членом равным 17 и шагом, равным -2. При этом, начиная с 10 строки, строки не будут содержать отрицательных элементов. Рассчитав сумму членов этой арифметической прогрессии, получим, что она равна 81. Это и является ответом на представленное задание.

Примечание: задачу можно решать не только аналитически, но и составив программу, реализующую представленный алгоритм.

## 5. Алгоритмизация и программирование (2 балл)

### Задача 1 Ответ: $n*(n+2)/4$

Вася написал программу, в которой по запрашиваемому натуральному числу  $n$  вычисляется число  $s$ . Вот эта программа:

Бейсик	Паскаль
<pre>INPUT N S = 0 M = 0 FOR K = 1 TO N     M = K + M     S = M - S NEXT K PRINT S</pre>	<pre>var n, k, m, s: integer; begin     readln(n);     s := 0;     m := 0;     for k := 1 to n do         begin             m := k + m;             s := m - s;         end;     writeln(s); end.</pre>
Си	Алгоритмический язык
<pre>#include &lt;stdio.h&gt; int main() {     int n, m, s;     scanf("%d", &amp;n);     s = 0;     m = 0;     for (int k = 1; k &lt;= n; k++)     {         m = k + m;         s = m - s;     }     printf("%d\n", s); }</pre>	<pre>нач цел n, k, s, m ввод n s := 0 m := 0 нц для k от 1 до n     m := k + m     s := m - s кц вывод s кон</pre>

Петя проанализировал эту программу и сказал, что тот же результат можно получить с помощью вот какой программы:

Бейсик	Паскаль
<pre>INPUT N IF N MOD 2 = 1     THEN S = (N+1) * (N+1) / 4     ELSE S = ... ENDIF PRINT S</pre>	<pre>var n: integer;     s: real; begin     readln(n);     if n mod 2 = 1         then s := (n+1) * (n+1) / 4         else s := ...;     writeln(s); end.</pre>

Си	Алгоритмический язык
<pre>#include &lt;stdio.h&gt; int main() {     int n, s;     scanf("%d", &amp;n);     if (n % 2 == 1)         s = (n+1)*(n+1)/4;     else         s = ...;     printf("%d\n", s); }</pre>	<pre>нач цел n, вещ s ввод n если mod(n, 2) = 1     то s := (n+1)*(n+1)/4     иначе s := ... все вывод s конец</pre>

Напишите формулу, которую надо записать вместо многоточия, чтобы Петина программа работала и для каждого запрашиваемого значения  $n$  действительно давала результат, совпадающий при этом значении  $n$  с результатом Васиной программы. В записи ответа могут фигурировать только арифметические операции со следующими обозначениями: сложение – "+", вычитание – "-", умножение – "\*" и деление – "/", а также круглые скобки.

### Решение

Пусть  $m_k$  – значение переменной  $m$ , а  $s_k$  – значение переменной  $s$  после  $k$ -ого выполнения тела цикла в Васиной программе. Легко видеть, что в переменной  $m$  накапливается сумма первых  $k$  натуральных чисел, так что  $m_k = k(k+1)/2$ . С другой стороны,  $s_k = m_k - s_{k-1}$ . Из Петинной программы следует, что для четного  $n$  справедливо равенство  $s_n = n(n+1)/2 - n*n/4 = n(n+2)/4$ .

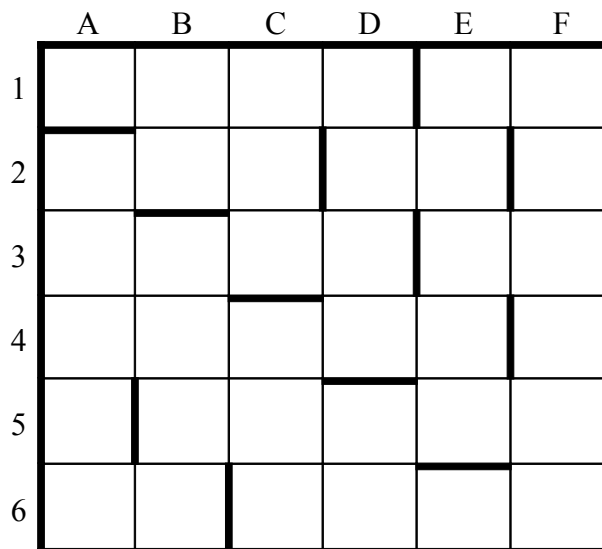
## 6. Алгоритмизация и программирование (2 балл)

### Задача 1 Ответ: 8

Робот движется внутри лабиринта следующим образом:

1. Робот передвигается по клеткам вверх, вниз, вправо или влево.
2. Если нет препятствий (внутренних стенок или внешней стены лабиринта), то робот сохраняет направление своего движения.
3. Столкнувшись с препятствием, робот меняет направление движения на 90 градусов по часовой стрелке и движется в этом направлении до следующего столкновения.
4. Столкнувшись с определенной внутренней стенкой первый раз, робот уменьшает ее прочность. Столкнувшись с этой же внутренней стенкой второй раз (подойдя к ней с любой стороны), робот окончательно разрушает эту стенку и продолжает движение, не меняя направления.
5. Внешние стены лабиринта не подвержены разрушению и столкновение с ними всегда приводит к изменению движения по описанному выше правилу.

Робот начал движение влево из верхнего левого угла лабиринта. Сколько внутренних стенок останется не разрушенными, если известно, что робот прошел 1000 клеток? В число не разрушенных внутренних стенок входят и те внутренние стенки, которые были повреждены, но не разрушены. В ответе укажите целое число.



### Решение

Обратим внимание, что сталкиваясь с препятствием, в том случае, если робот вынужден менять направление движения, он будет поворачиваться по часовой стрелке, пока не получит возможность продолжить движение. Выполним формально предложенный алгоритм:

1. A1 – D1. Ослабили стенку D1|E1.
2. D1 – D4. Ослабили стенку D4|D5.
3. D4 – A4.
4. A4 – A2. Ослабили стенку A1|A2.
5. A2 – C2. Ослабили стенку C2|D2.
6. C2 – C3. Ослабили стенку C3|C4.
7. C3 – A3.
8. A3 – A1. Разрушили стенку A1|A2.
9. A1 – F1. Разрушили стенку D1|E1
10. F1 – F6.
11. F6 – C6. Ослабили стенку B6|C6.
12. C6 – C1. Разрушили стенку C3|C4.

13. C1 – F1.

14. F1 – F6.

15. F6 – A6. Разрушили стенку B6|C6.

После этого шага робот находится на клетке из внешнего радиуса поля и при этом все стенки, мешающие передвигаться по этому внешнему, радиусу разрушены. Таким образом на протяжении всех последующих ходов робот будет передвигаться по внешнему радиусу и не сможет разрушить ни одну из оставшихся внутренних стенок. Посчитаем количество оставшихся стенок (включая стенки, которые ослаблены, но не разрушено): C2|D2, E2|F2, B2|B3, D3|E3, E4|F4, D4|D5, A5|B5, E5|E6. Таких стенок осталось восемь, что и является ответом на вопрос задания.

## 7. Телекоммуникационные технологии и кодирование графической и звуковой информации (2 балл)

### Задача 1 Ответ: 64

Два друга — Петя и Вася — совместно используют канал доступа в Интернет с пропускной способностью 4 Кбайт в секунду. Система балансировки нагрузки настроена таким образом, что если в данный момент времени канал использует только один человек, то скачивание файла происходит со скоростью равной пропускной способности канала, а если канал используют оба друга — пропускная способность канала поровну делится между пользователями.

Петя начал скачивать музыкальную композицию. Через 8 секунд Вася начал скачивать графический файл. Петя закончил скачивать музыкальную композицию через 34 секунды от начала скачивания своего файла.

Музыкальная композиция была оцифрована в режиме «моно» с частотой дискретизации 1024 Гц и 65536 уровнями квантования. Графический файл содержал 8192 пикселей, кодированных с использованием палитры из 256 цветов.

И в файле с музыкальной композицией и в графическом файле не использовалось сжатие данных.

Кроме упомянутых скачиваемых файлов другой нагрузки на канал доступа в Интернет не было.

Сколько секунд длится музыкальная композиция, которую скачал Петя? В ответе укажите число.

### Решение

Исходя из данных о кодировании графического файла, можно вычислить его информационный объем. Зная, что каждый пиксель кодируется с использованием палитры из 256 цветов, можно сделать вывод, что каждый пиксель занимает 1 байт. Следовательно, весь графический файл будет иметь информационный объем, равный 8 Кбайт. По условию задачи, одновременная передача файлов делит пропускную способность канала пополам. Следовательно, файл такого объема был получен за  $8/2=4$  секунды.

Следовательно, время передачи музыкальной композиции составило 34 секунды, из которых 4 секунды скачивание происходило со скоростью 2 Кбайт в секунду, а 30 секунд – со скоростью 4 Кбайт в секунду. Таким образом, можно сделать вывод, что информационный объем музыкальной композиции составил  $30*4+4*2 = 128$  Кбайт.

Частота дискретизации при кодировании музыкального файла составила 1024 Гц. Следовательно, каждая секунда файла представлена 1024 отсчетами. Каждый отсчет кодирован с 65536 уровнями квантования. Это значит, что каждый отсчет имеет информационный объем 2 Байт, а секунда звучания музыкальной композиции (моно обозначает, что мы используем только один канал) будет иметь информационный объем 2 Кбайт. Теперь зная общий информационный объем музыкальной композиции и информационный объем, занимаемой одной секундой этой композиции можно вычислить время звучания композиции:  $128/2=64$  секунды.

## 8. Технологии обработки информации в электронных таблицах (1 балл)

### Задача 1 Ответ: 180

Дан фрагмент электронной таблицы. Формулу из ячейки B2 последовательно скопировали в ячейки B3, B4, ..., B11. Затем формулу из ячейки C3 последовательно скопировали в ячейки C4, C5, ..., C10. После этого в ячейке C11 записали формулу: =СУММ(C3:C10).

Какое значение получилось в ячейке C11. В ответе запишите число.

	A	B	C	D
1	1			
2	3	=СРЗНАЧ(A\$1:\$A3)		
3	5		=МИН(A\$2:\$B4)*B3	
4	7			
5	9			
6	11			
7	13			
8	15			
9	17			
10	19			
11	21			
12	23			

### Решение

При копировании формулы из ячейки B2 в ячейки B3, B4, ..., B11 с учетом абсолютных и относительных ссылок в копиях формулы не будет изменяться номер строки в первом операнде диапазона и номер столбца во втором операнде диапазона. Следовательно, в ячейках B2 – B11 будут получаться значения, равные среднему арифметическому из значений диапазонов от A1 до AN, где N – номер строки, следующей за строкой с соответствующей копией формулы. Эти значения будут образовывать арифметическую прогрессию из 10 элементов с первым элементом, равным 3 и шагом 1. Рассуждая аналогичным образом, можно сделать вывод, что в ячейках C3 – C10 будут минимальные значения из диапазонов от A2 до BN, умноженные на значение из ячейки B(N-1), где N номер строки, следующей за строкой с соответствующей копией формулы. Нетрудно заметить, что эти значения будут образовывать арифметическую прогрессию из 8 элементов с первым элементом, равным 12 и шагом 3. Соответственно, сумма ряда этой арифметической прогрессии будет равна 180, что и является ответом на вопрос задания. В качестве иллюстрации решения можно привести следующую таблицу с вычисленными значениями каждой формулы.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1							
2	3	3						
3	5	4	12					
4	7	5	15					
5	9	6	18					
6	11	7	21					
7	13	8	24					
8	15	9	27					
9	17	10	30					
10	19	11	33					
11	21	12	180					
12	23							
13								
14								
15								

## 9. Технологии хранения, поиска и сортировки информации (2 балл)

### Задача 1 Ответ: 5

В БД «Государства» хранятся, в частности, следующие сведения о государствах Европы:

- название государства — поле **Название**;
- площадь (в кв. км) — поле **Площадь**;
- население (в тыс. чел.) — поле **Население**;
- государственный язык — поле **Язык**;
- форма государственного устройства — поле **Правление**;

В запросе к этой БД указывается имя поля и значения, по которым требуется провести поиск. Отношения между полем и значением описываются знаками =, ≠, а для числовых полей могут также использоваться знаки >, <, >= (не меньше) и <= (не больше). Например, чтобы найти все страны с населением, больше 100 000 человек, составляется запрос

**Население** > 100,

а для нахождения не франкоговорящих стран с парламентской формой правления, потребуется запрос

**Правление** = парламентская республика И **Язык** ≠ французский.

Результат обработки запроса – список названий стран, удовлетворяющих запросу, или слово «Нет».

Укажите, какой запрос к БД «Государства» позволяет выяснить, все ли государства с населением больше 1 млн. имеют площадь, не меньшую 10 000 кв. км. Известно, что есть хотя бы одно государство с населением больше 1 млн. человек. Если среди приведенных вариантов таких запросов несколько – выберите несколько вариантов.

- 1) **Население** > 1000 И **Площадь** >= 10000
- 2) **Население** <= 1000 И **Площадь** >= 10000
- 3) **Население** <= 1000 ИЛИ **Площадь** >= 10000
- 4) **Население** > 1000 ИЛИ **Площадь** >= 10000
- 5) **Население** > 1000 И **Площадь** < 10000
- 6) **Население** <= 1000 ИЛИ **Площадь** < 10000
- 7) *Такого запроса нет среди перечисленных*

### Решение

Чтобы ответить на вопрос «Все ли государства с населением больше 1 млн. имеют площадь, не меньшую 10 000 кв. км.?» нужно получить ответ на другой вопрос: «Существуют ли государства с населением больше 1 млн., имеющие площадь большую 10 000 кв. км.?». Если в ответ на этот запрос придет «нет» - это будет означать, что все государства с населением больше 1 млн. имеют площадь не меньшую 10 000 кв.км. Если же в ответ на этот вопрос придет выборка хотя бы из одной строки – это будет означать, что не все государства с населением больше 1 млн. имеют площадь не меньшую 10 000 кв.км. Таким образом, упомянутый запрос (в списке он идет под номером 5) позволяет однозначно ответить на вопрос задания. Все остальные запросы либо вообще не позволяют получить необходимую информацию, либо требуют дополнительной фильтрации выборки, возможность которой не оговаривалась в задании.

## 10. Файловые системы (1 балл)

### Задача 1 Ответ: 1,4,6,8

В папке Folder1 находилось 8 файлов. Часть этих файлов выделили и скопировали в папку Folder2, воспользовавшись следующей маской:

A?B\*.?C?\*

Затем часть из скопированных файлов выделили и скопировали в папку

Folder3, воспользовавшись такой маской:

\*B?C\*.??\*D\*



Отметьте файлы, которые оказались в папке Folder3

1. ABBCBD.CDDBA
2. ACBDC.ACBA
3. ABDCC.ACBD
4. AABVCCDD.DDCCD
5. ACVCACD.AABVCCDD
6. ADVCCAD.CADAVC
7. VAVCDA.ABCD
8. AAVACADA.CDBDADC

### Решение

Напомним, что при обозначении маски копирования файлов символ «?» обозначает обязательное наличие строго одного разрешенного символа, а символ «\*» обозначает наличие любого количества (в том числе и отсутствие) любых разрешенных символов.

Сначала определим, какие файлы не попадут в папку Folder2. Это будет файл ABDCC.ACBD (3 номер в списке), так как по первой маске в имени файла между символами A и B должен быть хотя бы один символ, и файл VAVCDA.ABCD (7 номер в списке), так как он не начинается с символа A, что требует первая маска.

Теперь определим, какие файлы не попадут в папку Folder3. Это будет файл ACBDC.ACBA (2 номер в списке), так как он не содержит символа D в расширении файла, как того требует вторая маска, и файл ACVCACD.AABVCCDD (5 номер в списке), так как по второй маске в имени файла между символами V и C должен быть хотя бы один символ.

В результате можно сделать вывод, что в папку Folder3 попадут файлы, идущие в списке под номерами 1, 4, 6 и 8.